On prendra $n = 1$ pour l'air dans tous les exercices. On produira une figure soignée pour chaque situation étudiée. Sauf mention explicite du contraire, la lumière se propage de gauche à droite dans les schémas représentés. On traitera en premier l'exercice «Constructions» fondamental.
La lumière se propage de gauche à droite dans tous les schémas en l'absence de miroir.

Exercices d'application : Constructions, formules de conjugaison, dioptre plan, zones, focométrie, projections, oculaires, loupe, lunette de Galilée.

Culture en sciences physiques : Dioptre plan, oculaires, lentille de Fresnel, cavité, lunette de Galilée,

Corrigés en TD : Dioptre plan, zones, projection, oculaires, cavité, lunette de Galilée.

Lentilles et miroirs

Exercice 1 : Constructions

On tracera pour chacune de ces constructions le maximum de rayons particuliers et on précisera le caractère réel, virtuel, droit, retourné, agrandi, réduit, de l'image.

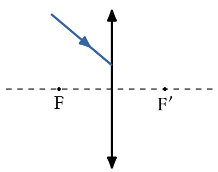
1. (a) Tracer l'image d'un objet situé à une distance $f'/2$ en amont du foyer objet d'une lentille convergente de distance focale f'

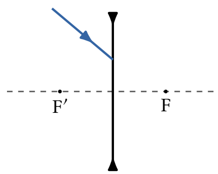
   (b) Tracer l'image d'un objet situé à une distance $f'/2$ en aval du foyer objet d'une lentille convergente de distance focale f'

   (c) Tracer l'image d'un objet situé au foyer image d'une lentille convergente.

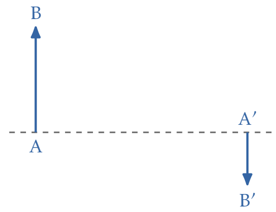
2. Mêmes questions pour une lentille divergente.

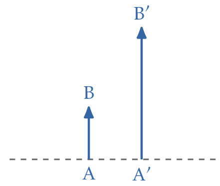
3. Déterminer la marche du rayon sur les deux images ci-après :





4. Déterminer la position, les foyers et la nature des lentilles minces formant de l'objet AB l'image $A'B'$ dans les figures ci-après (la lumière se propage de gauche à droite) :





Exercice 2 : Formules de conjugaison

On désigne par p (resp. p') la distance entre un objet AB (resp. son image $A'B'$) et le centre d'une lentille convergente de distance focale f'.

1. Déterminer l'expression de p' en fonction de p et f' si l'objet et l'image sont réels. En déduire les expressions de la distance AA' et du grandissement.

2. Déterminer les expressions de la distance AA' et du grandissement en fonction de p et f' si l'objet est réel et l'image virtuelle,

Exercice 3 : Zones d'une lentille divergente et d'un miroir concave

Déterminer les différentes zones d'une lentille divergente et d'un miroir concave. On indiquera pour chacune la nature de l'image, réelle ou virtuelle et le grandissement transversal (positif ou négatif, inférieur ou supérieur à 1 en norme). On veillera à utiliser les relations de conjugaison les mieux adaptées.

Exercice 4 : Projection à l'aide d'un miroir concave

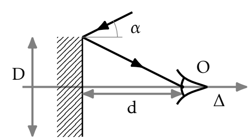
1. On dispose d'un miroir concave de rayon $R = 1\,\mathrm{m}$. Quelle est sa distance focale ?

2. Ce miroir est placé à la distance $D = 5\,\mathrm{m}$ d'un écran E. Où doit-on placer un petit objet pour en avoir une image nette sur E ? Quel est le grandissement ?

Exercice 5 : Champs de miroirs convexes

Les miroirs convexes sont souvent utilisés comme rétroviseurs de voiture, dans les carrefours routiers, sur les distributeurs de billets…

On étudie dans les deux questions suivantes un miroir de diamètre[i](mesuré orthogonalement à l'axe optique) D, observé par un œil considéré ponctuel, situé sur l'axe optique en un point noté O situé à la distance d. On s'intéresse à la zone de l'espace visible dans le miroir, qu'on nomme son *champ*, caractérisée par l'incidence maximale, notée α, des rayons parvenant à l'œil de l'observateur, comme indiqué sur le schéma ci-contre dans le cas d'un miroir plan.



1. Le miroir est plan. En considérant le rayon extrême parvenant à l'œil, déterminer l'expression de l'angle α, en fonction de D et de la distance d.

2. Le miroir est convexe, de rayon de courbure R. Déterminer la nouvelle expression de l'angle α et conclure sur l'utilité du miroir convexe dans cette situation.

[i] Ce diamètre n'a aucun rapport avec le rayon de la sphère dans laquelle le miroir a été coupé.

Exercice 6 : Focométrie

La *focométrie* est la mesure de la distance focale d'une lentille.

Méthode de Bessel. On dispose d'un objet AB dont on veut projeter une image $A'B'$ sur un écran E situé à la distance D de AB. Pour ce faire, on dispose d'une lentille convergente de distance focale f'.

1. Montrer qu'une projection n'est possible que si $D \geqslant 4f'$
2. Montrer que si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille permettant d'obtenir une image nette de AB sur l'écran (E), et que ces deux positions sont distantes de d telles que : $f' = \left(D^2 - d^2\right)/4D$. La mesure de D et d permet alors de déterminer f'.

Méthode de Silbermann. On diminue maintenant D et on cherche à ne plus obtenir qu'une seule position permettant de réaliser la projection : que vaut alors D ? Que vaut le grandissement ? Quel est le nom de cette configuration. Intérêt et inconvénients de cette méthode par rapport à la précédente.

Exercice 7 : Oculaires

Les oculaires utilisés dans les instruments d'optique (microscope par exemple) sont constitués d'un *doublet* de deux lentilles. On note f_1' et f_2' les distances focales des lentilles et on pose $\Delta = \overline{F_1'F_2}$. On prendra par la suite un doublet tel que $f_1' = 3a$, $f_2' = a$, et $\overline{O_1O_2} = 2a$ la distance entre les centres des deux lentilles. La constante a est positive.

1. On note F et F' les positions des foyers objet et image de l'ensemble du dispositif. Déterminer graphiquement leur position.
2. Montrer qu'on a $\overline{F_1F} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}$ et $\overline{F_2'F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta}$. Vérifier l'accord avec la construction graphique.

Instruments fondamentaux

Exercice 8 : Lunette de Galilée[ii]

On fabrique une lunette en utilisant comme objectif une lentille mince convergente L_1 de distance focale $f_1' > 0$ et comme oculaire une lentille mince divergente L_2 de distance focale $f_2' < 0$. Les axes de ces deux lentilles coïncident, et elles sont placées de telle façon que le foyer image de L_1 corresponde au foyer objet de L_2.

Faire un schéma, montrer qu'un tel dispositif est afocal, et fournit d'un objet à l'infini une image « droite ». Calculer le grossissement pour $f_1' = 20$ cm et $f_2' = -5$ cm.

Exercice 9 : Loupe

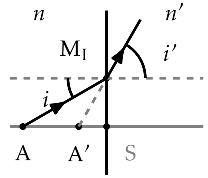
On considère une loupe de distance focale f'. Son « grossissement commercial » (noté G_c) représente le rapport de l'angle sous lequel on voit un objet quand il est placé au foyer de la loupe sur l'angle sous lequel on le verrait, sans loupe, s'il était placé au *punctum proximum* noté d_m de l'observateur.

Que devient le grossissement de la loupe si on fait en sorte que l'image virtuelle soit à la distance d_m de l'observateur, celui-ci collant son œil à la loupe. Calculer ce nouveau grossissement si $G_c = 3$, pour $d_m = 25\,\mathrm{cm}$.

Exercice 10 : Stigmatisme approché du dioptre plan

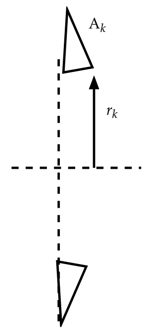
Un dioptre plan sépare un milieu d'indice n d'un milieu d'indice n'. Soit A un point du milieu d'indice n, S la projection de A sur le plan du dioptre. Un rayon lumineux issu de A atteint le dioptre sous une incidence i et est réfracté sous l'angle i'.

[ii] Galileo Galilei, physicien italien (1564-1642).



1. Peut-on dire que ce système est centré ? Quel en est l'axe optique ?
2. Montrer que l'intersection A' du prolongement du rayon réfracté avec l'axe AS vérifie :
$$\overline{SA}/\overline{SA'} = (n\cos i)/(n'\cos i').$$
3. En déduire que si i est petit[iii] il y a stigmatisme approché, la relation de conjugaison s'écrivant : $\frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'}{\overline{SA'}}$. Par un raisonnement très simple, montrer que, dans ces conditions, le grandissement transversal γ_t est égal à 1.
4. Expliquer pourquoi, malgré le résultat $\gamma_t = 1$, un poisson paraît plus gros lorsqu'il est sous l'eau que ce qu'il paraîtrait s'il était dans l'air à la même distance.

Exercice 11 : Lentille de Fresnel[iv] ↯



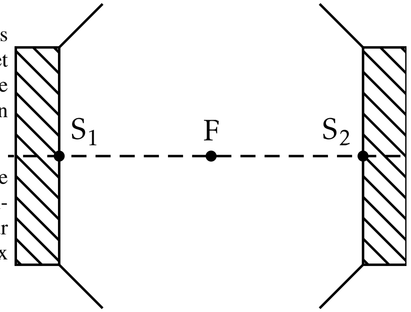
1. On considère un prisme en verre d'indice n (placé dans l'air) et d'angle A très faible, utilisé sous incidence quasi-normale, *ie* $i \simeq 0°$. Déterminer la déviation D subie par un rayon, puis en donner une approximation en fonction uniquement de n et A en utilisant le fait que tous les angles sont petits pour simplifier les expressions.
2. Des prismes de ce type sont répartis de part et d'autre de l'axe Ox dans le plan de la figure. Ils sont régulièrement espacés, le k^eétant à la distance $r_k = k \times b$ de l'axe, orientés de manière à rabattre vers l'axe un faisceau parallèle. On désigne par A_k l'angle du k^eprisme. Que doit valoir A_k pour qu'un faisceau parallèle à Ox vienne converger approximativement en un point F' défini par $\overline{OF'} = f'$. Quelle utilité voyez-vous à un tel dispositif ? Où les rencontre-t-on ?

[iii] On rappelle que $\cos i \simeq 1$ pour i petit.

[iv] A. J. Fresnel (1788-1827) physicien français.

Systèmes optiques à éléments multiples

Exercice 12 : Cavité réfléchissante ↯



On réalise une cavité réfléchissante à l'aide de deux miroirs concaves identiques M_1 et M_2. Les deux miroirs ont même axe, se font face, et leurs foyers sont confondus en F. On se place dans les conditions de Gauss et on considère uniquement des rayons se propageant dans un plan contenant leur axe.

1. On considère un rayon lumineux incident se propageant dans cette cavité, parallèlement à l'axe principal commun S_1S_2 des deux miroirs. Au bout de combien de réflexions sur M_1 d'une part, sur M_2 d'autre part, le rayon réfléchi s'identifie-il au rayon lumineux incident ?

1. On pose la même question pour un rayon incident, se propageant dans la cavité en passant par F.

2. On cherche maintenant à démontrer que les deux résultats acquis précédemment sont vrais pour n'importe quel rayon lumineux incident. Dans ce but, établir :

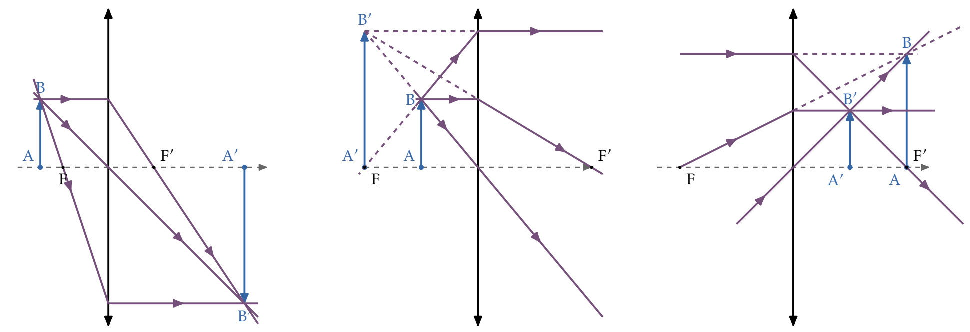
   (a) au bout de combien de réflexions sur M_1 et M_2 l'image d'un point A situé sur l'axe S_1S_2 coïncide avec ce point,

   (b) au bout de combien de réflexions sur M_1 et sur M_2 le grandissement transversal est égal à -1 d'une part, à $+1$ d'autre part.

   (c) En déduire combien de réflexions sur M_1 et M_2 sont nécessaires pour qu'un rayon quelconque se reproduise identiquement à lui-même.

Correction de l'exercice 1

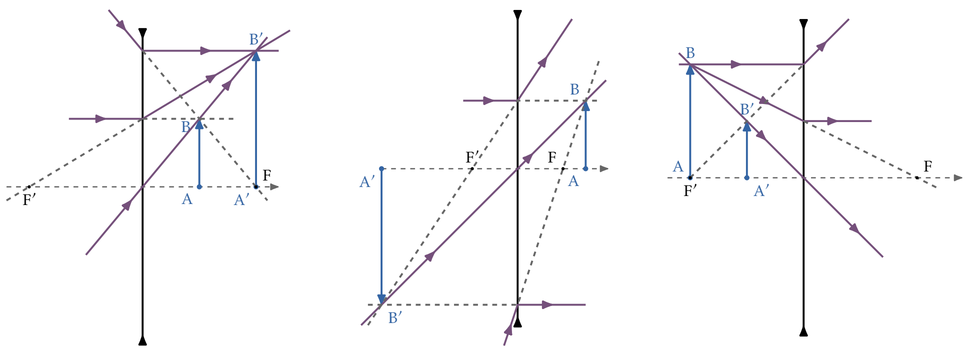
1. Les constructions sont représentées sur la figure 1.



(a) Image réelle, renversée, agrandie. (b) Image virtuelle, droite, réduite. (c) Image réelle droite, réduite.

Fig. 1

2. Les constructions sont représentées sur la figure 2.



(a) Image réelle, droite, agrandie. (b) Image virtuelle, renversée, agrandie. (c) Image virtuelle, droite, réduite.

Fig. 2

3. On utilise (voir la figure 3) les foyers image secondaires associés à l'inclinaison α sous laquelle le rayon étudié atteint la lentille. Remarquons qu'on aurait aussi pu utiliser les foyers secondaires objets.

4. L'intersection du rayon joignant B et B' avec l'axe optique donne la position de la lentille (voir la figure 4). On détermine ensuite le foyer image (resp. objet) en utilisant le rayon issu de B (resp. émergent de B') et parallèle à l'axe optique. Le caractère réel ou virtuel de la lentille dépend du caractère réel ou virtuel des foyers.

Fig. 3 : .

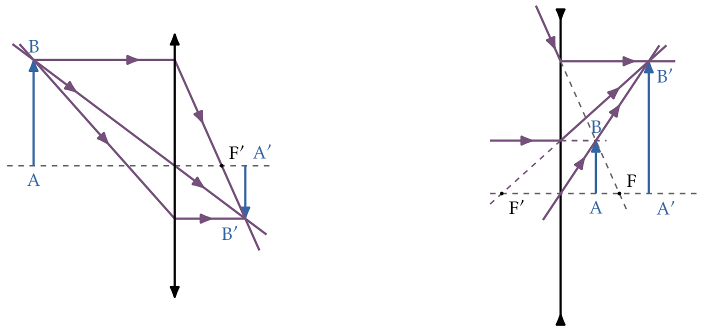


Fig. 4 : Détermination de la lentille connaissant une paire objet/image.

Correction de l'exercice 2

1. Si l'objet et l'image sont réels, on est en zone de projection et on sait que l'objet est en amont du foyer objet et l'image en aval du foyer image. On a donc $\overline{OA} = -p$ et $\overline{OA'} = p'$ puisque p et p' sont des distances positives. Les relations de Descartes s'écrivent alors :

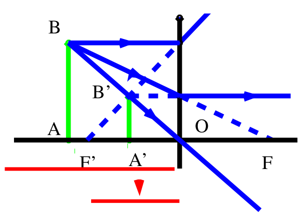
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} \qquad \overline{AA'} = p + p' = \frac{p^2}{p - f'} \qquad \gamma = -\frac{p'}{p} = \frac{-f'}{p - f'}.$$

2. Si l'objet est réel et l'image virtuelle, on est en zone de loupe, et on a donc $\overline{OA} = -p < 0$ et $\overline{OA'} = -p' < 0$. Les relations de Descartes s'écrivent alors :

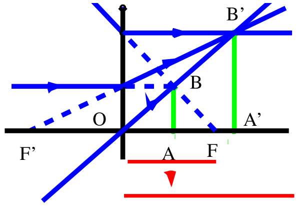
$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} \qquad \overline{AA'} = p - p' = \frac{p^2}{f' - p} \qquad \gamma = \frac{p'}{p} = \frac{p^2}{f' - p}.$$

Correction de l'exercice 3

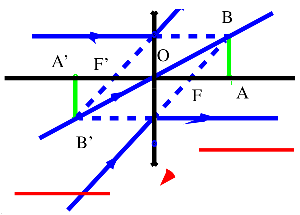
Lentille divergente On utilise les relations de Newton : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2$ et $\gamma_t = \frac{f'}{\overline{FA}}$. On détermine ainsi les zones suivantes :



objet réel ($\overline{FA}<0$ et $|\overline{FA}|\geqslant|f'|$) $\rightarrow$ image virtuelle, $\gamma_t>0$ et $\gamma_t<1$.

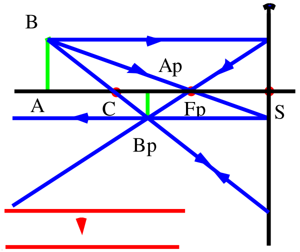


objet virtuel ($|\overline{FA}|<|f'|$) et $\overline{FA}<0\rightarrow$ image réelle $\gamma_t>0$ et $\gamma_t>1$ (retour inverse).

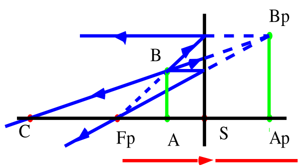


objet virtuel $\overline{FA}>0\rightarrow$ image virtuelle et $\overline{F'A'}<0$, $\gamma_t<0$.

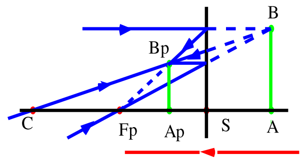
Miroir concave On a maintenant : $\overline{FA}.\overline{F'A'}=f'^2$ et $\gamma_t=-\frac{f'}{\overline{F'A}}$, avec $f'<0$:



objet réel et $\overline{F'A}<0\rightarrow$ image réelle, $\gamma_t<0$.



$\overline{F'A}>0$ et objet réel ($|\overline{F'A}|<|f'|$) $\rightarrow$ image virtuelle $\gamma_t>0$ et $\gamma_t>1$.



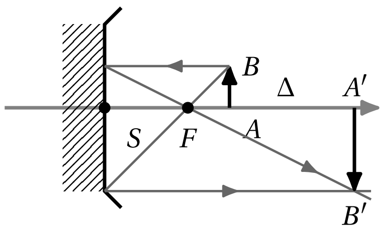
objet virtuel ($\overline{F'A}>|f'|$) $\rightarrow$ image réelle et $0<\overline{F'A'}<|f'|$, $\gamma_t>0$ et $\gamma_t<1$ (retour inverse).

On retrouve immédiatement ces résultats en «repliant» l'espace objet d'une lentille convergente.

Correction de l'exercice 4

1. Sa distance focale vaut $f'=R/2=50\,\mathrm{cm}$ (en orientant l'axe optique dans le sens des rayons émergents).

2. La relation de conjugaison de Descartes (la plus appropriée puisqu'on donne une distance par rapport au sommet du miroir) s'écrit, en posant $x=\overline{SA}$ avec A la position de l'objet : $\frac{1}{D}+\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}$, soit $x=0{,}56\,\mathrm{m}$, et un grandissement : $\gamma_t=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}=\frac{D}{x}=-8{,}9$.

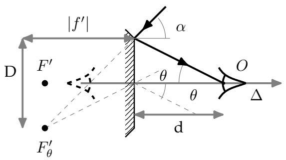


Correction de l'exercice 5

Dans les deux cas, le rayon marginal parvient à l'œil sous l'incidence θ définie par $\tan\theta=\frac{D}{2d}$. Cependant l'incidence de ce rayon (l'angle α) sur le miroir est différente selon la nature de ce dernier. C'est cet angle α qui définit le champ du miroir.

1. Dans le cas du miroir plan, le rayon marginal parvient à l'œil sous le même angle α. On a donc $\tan\alpha_p=\frac{D}{2d}$.

2. Dans le cas du miroir convexe on peut, pour simplifier la construction, utiliser le principe du retour inverse en considérant la marche d'un rayon issu de l'œil atteignant le bord du miroir. Sa direction après réflexion donnera l'angle α. On détermine sa marche en utilisant le foyer focal image F'_θ associé à l'incidence θ : c'est en effet celle avec laquelle il atteint le miroir. Ce foyer se situe à la distance $F'F'_\theta=f'\tan\theta=\frac{R\tan\theta}{2}$ de l'axe optique. Son incidence d'émergence, l'angle α_d est alors donnée par $\tan\alpha_d=\frac{D/2+F'F'_\theta}{|f'|}=\tan\theta+\frac{D}{R}$.



On a donc toujours $\alpha_d>\theta_p$, la différence étant d'autant plus grande que D est grand devant R. Attention, cette expression devient alors moins correcte puisqu'on sort des conditions de Gauß.

On peut remarquer que tous ces raisonnements peuvent être simplifiés en considérant l'image de l'œil par le miroir : en effet tout rayon partant de l'œil et atteignant le miroir émergera de celui-ci en provenant de l'image de l'œil. La zone visible est alors la zone qui serait vue par cette image de l'œil à travers une fenêtre coïncidant avec le les contours du miroir. On évite ainsi d'avoir à considérer les réflexions des rayons.

Correction de l'exercice 6

Méthode de Bessel La relation de conjugaison de Descartes s'écrit : $\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{f'}$. En posant $\overline{OA}=-x$ (pour avoir $x>0$ pour un objet réel), on a $\overline{OA'}=D-x$ et l'équation devient : $x^2-Dx+Df'=0$, qui admet des solutions si $\Delta=D\left(D-4f'\right)\geqslant 0$, soit $D\geqslant 4f'$. Pour $D>4f'$, cette équation admet deux solutions : $x_\pm=\frac{D\pm\sqrt{D(D-4f')}}{2}$, distantes de $d=\sqrt{D\left(D-4f'\right)}$, soit $f'=\left(D^2-d^2\right)/4D$.

On peut donner une autre démonstration de la seule inégalité $D\geqslant 4f'$ basée sur l'*inégalité arithmético-géométrique*. On a en effet :

$$\frac{1}{D-x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{f'}\rightarrow f'D=x(D-x),$$

en multipliant par $x(D-x)$. L'inégalité arithmético-géométrique (basée sur la concavité de la fonction racine) assure que $\forall a,b\ (a+b)/2\geqslant\sqrt{ab}$. Appliquée ici à x et $(D-x)$, elle s'écrit :

$$\sqrt{x(D-x)}\leqslant\frac{1}{2}D\rightarrow x(D-x)\leqslant\frac{D^2}{4},$$

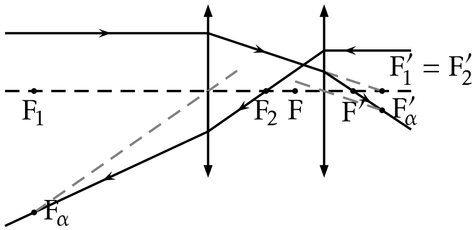
dont on déduit de nouveau $D\geqslant 4f'$.

On peut enfin en donner une dernière démonstration utilisant le principe du *retour inverse* ou le caractère réflexif de la notion de stigmatisme. Soit un objet A placé par rapport à la lentille de telle manière que la distance le séparant de son image A' est minimale. En considérant maintenant que A' est l'objet et A son image, la position de A' par rapport à la lentille réalise la même distance entre l'objet et l'image. En admettant qu'il n'y a qu'une seule distance objet-lentille réalisant ce minimum, on en conclut que A et A' sont symétriques par rapport au plan de la lentille mince. On a donc $\overline{OA}=-\overline{OA'}$. La relation de conjugaison de Descartes assure alors immédiatement que $\overline{OA}=-2f'$, $\overline{OA'}=2f'$ et donc $\overline{AA'}=4f'$.

Méthode de Silberman On cherche à obtenir une seule image, soit $\Delta=0$, on a alors $D=4f'$, c'est la configuration dite «$2f-2f$». L'intérêt est qu'on n'a qu'une seule mesure à effectuer, l'inconvénient, qu'il faut être capable de mesurer précisément le grandissement (égal à -1 dans cette configuration).

Correction de l'exercice 7

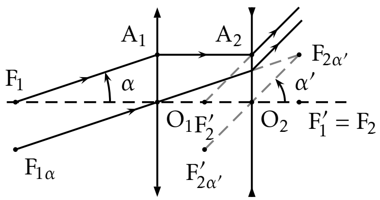
1. On détermine :
   - le foyer image F' en cherchant l'intersection d'un rayon parallèle à l'axe optique avec ce dernier, après traversée des deux lentilles,
   - le foyer objet F en utilisant le principe du retour inverse. On considère un rayon parallèle à l'axe optique provenant de l'infini et se propageant en sens inverse, et on détermine son intersection avec l'axe optique. On constate que pour cet oculaire particulier, le foyer objet est virtuel.



2. Pour le foyer image, la relation de conjugaison de Newton pour la deuxième lentille s'écrit : $\overline{F_2F'_1}.\overline{F'_2F'} = -f_2'^2$ puisque l'image d'un point à l'infini par la première lentille est F'_1. Cette relation s'écrit : $\overline{F'_2F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta} = -\frac{a}{2}$. Pour le foyer objet, on a : $\overline{F_1F}.\overline{F'_1F_2} = -f_1'^2$, en considérant la propagation en sens inverse, qui inverse les rôles des foyers objet et image de la lentille 2. Au final, $\overline{F_1F} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = \frac{9a}{2}$.

Correction de l'exercice 8

On constate sur la figure ci-contre que le dispositif est afocal : un faisceau parallèle a pour image un faisceau parallèle. De plus, et contrairement au cas de la lunette astronomique, l'image est maintenant droite : on peut utiliser cette lunette pour l'observation terrestre. Calculons le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. On a $\tan(\alpha) \simeq \alpha \simeq \overline{O_1A_1}/f'_1$ et de la même manière $\alpha' = \overline{O_2A_2}/(-f'_2)$ soit $G = f'_1/|f'_2|$.



Correction de l'exercice 9

On a $G_c = \frac{d_m}{f'}$.

Au lieu de rechercher le confort de l'œil de l'observateur, on peut augmenter l'ange α' sous lequel est vu l'objet en plaçant l'image virtuelle à la distance d_m de la lentille et en collant l'œil à la lentille. Le grossissement vaut alors : $G = \frac{\overline{A'B'}/d_m}{\overline{AB}/d_m} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 1 + \frac{d_m}{f'}$. On constate qu'on peut par exemple passer d'un grossissement de 3 à seulement 4, au prix d'une plus grande fatigue oculaire.

Correction de l'exercice 10

1. Le système est invariant par rotation autour de tout axe perpendiculaire au plan du dioptre : la droite (AS) constitue donc l'axe optique pour l'objet considéré. Comme il serait différent pour un autre point, il est un peu artificiel de parler de système centré pour ce dispositif.

2. En désignant par M_I le point d'incidence sur le dioptre, on a

$$\tan i = -\frac{\overline{SM_I}}{\overline{SA}} \quad \text{et : } \tan i' = -\frac{\overline{SM_I}}{\overline{SA'}} \quad \text{soit : } \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = \frac{\sin i' \cos i}{\cos i' \sin i} = \frac{n \cos i}{n' \cos i'}, \quad \text{puisque } n \sin i = n' \sin i'.$$

3. Si l'angle i est petit, on peut approximer $\cos i \simeq 1$. Comme $\sin i' = \frac{n}{n'} \sin i$, l'angle i' est également petit devant 1 pour des valeurs raisonnables de n et n' et on a également $\cos i' \simeq 1$. La position de A' est alors donnée par $\frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'}{\overline{SA'}}$ indépendant du rayon considéré pour $i \ll 1$: il y a stigmatisme approché.

   L'image de A est sur la droite (SA). Si l'on considère un autre point B (avec (BA) parallèle au dioptre), son image B' sera construite de la même manière sur la droite S_BB, avec S_B le projeté orthogonal de B sur le dioptre. On aura donc $\overline{A'B'} = \overline{AB}$; l'objet n'est ni agrandi ni réduit.

4. L'image donnée par le dioptre plan de l'objet est rapprochée du dioptre sans que sa taille soit changée. Elle est donc vue sous un angle supérieur et apparaît plus grosse.

Correction de l'exercice 11

1. Tous les angles considérés ici (i, i', t, t' et A) seront petits et donc assimilables à leur sinus. Les formules du prisme s'écrivent (pour un prisme plongé dans l'air d'indice 1) :

$$\text{géométrie : } \begin{cases} A &= t + t' \\ D &= i + i' - A \simeq i' - A \end{cases} \quad \text{Descartes : } \begin{cases} \sin i &\simeq i = n \sin t \simeq nt \rightarrow i \simeq nt \\ \sin i' &\simeq i' = n \sin t' \simeq nt' \rightarrow i' \simeq nt' \end{cases}.$$

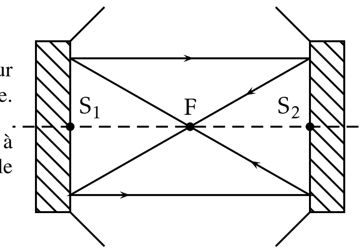
   On obtient après simplifications : $D \simeq (n-1)A$.

2. Pour que le rayon incident à la distance r_k soit dévié vers le foyer, situé à la distance f', la déviation D_k du k^e prisme doit vérifier $\tan D_k \simeq D_k = r_k/f'$. L'angle au sommet de ce prisme doit donc être $A_k = \frac{r_k}{f'(n-1)} = \frac{kb}{f'(n-1)}$.
   On peut ainsi réaliser une lentille en utilisant moins de matière que pour une lentille plan-convexe ou biconvexe normale. C'est ce dispositif qu'on utilise par exemple dans les lentilles de phares, à l'arrière des bus et dans les rétroprojecteurs (pour diriger la lumière de la lampe sur la feuille à projeter).

Correction de l'exercice 12

1. Une construction géométrique montre qu'au bout de 2 réflexions sur chaque miroir un rayon parallèle se réfléchit identiquement à lui-même.

2. De la même manière, un rayon passant par F revient identiquement à lui-même au bout de 2 réflexions sur chaque miroir (en considérant le même schéma).



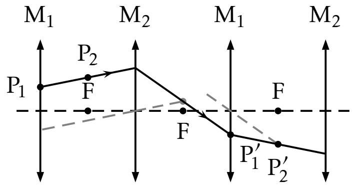
3. On note $f' = |f'_1| = |f'_2|$. Attention : ici les distances focales vérifient : $f'_1 = \overline{S_1F} = -f'_2 = -\overline{S_2F}$.

   (a) On étudie les images successives d'un point A quelconque. Le premier miroir en donne l'image A_1, dont le miroir M_2 donne l'image A_2. Les relations de Newton assurent que $\overline{FA}.\overline{FA_1} = f^2$ et $\overline{FA_1}.\overline{FA_2} = f^2$. On a alors immédiatement $\overline{FA_2} = \overline{FA}$: l'image d'un point de l'axe optique est identique à elle-même au bout de deux réflexions.

   (b) Avec les mêmes notations, on peut calculer les grandissements transversaux $\gamma_1 = -\overline{FA_1}/\overline{S_1F}$ et $\gamma_2 = -\overline{S_2F}/\overline{FA_1}$. Le grandissement au bout d'une réflexion sur chaque miroir vaut donc : $\gamma = \gamma_1\gamma_2 = f'_2/f'_1 = -1$. Il faut donc deux réflexions sur chaque miroir pour obtenir un grandissement de $+1$.

(c) Le résultat précédent suggère qu'il faut deux réflexions sur chaque miroir pour qu'un rayon se réfléchisse identiquement à lui-même.

On sait, d'après la question 3b que les images des points P_1 et P_2 de la figure ci-contre après une réflexion sur chaque miroir sont leur symétrique par rapport à l'axe optique. On en conclut donc que l'image du rayon après une réflexion sur chaque miroir est le symétrique du rayon par rapport à l'axe optique. Après deux réflexions sur chaque miroir, le rayon revient identique à lui-même.



Sur la figure ci-dessus, on étudie le trajet d'un rayon en « dépliant » la cavité pour simplifier le schéma. Ceci correspond à effectuer, à chaque réflexion sur le miroir M_2 une symétrie axiale d'axe M_2 de toute la figure : les miroirs concaves sont ainsi remplacés par des lentilles convergentes. Par cette méthode, les rayons se propagent toujours dans le même sens.